14ح

ARABISCHE REPUBLIK ÄGYPTEN

{271} ث.ع.م / أول

Ministerium für Erziehung und Unterricht

Oberschulabschlussprüfung 2014

{ Erste Prüfung – Das neue System }

Reine Mathematik { Differential und Integralrechnung } **Zeit: 2 Stunden**

الرياضيات البحتة { التفاضل والتكامل } باللغة الألـمانية { الأسئلة فى صفحتين }

تنبيه مهم : يسلم الطالب ورقة امتحانيه باللغة العربية مع الورقة الـمترجمة .

Bemerkung: Taschenrechner sind erlaubt

Beantworten Sie die folgende Aufgaben:

1- Ergänzen Sie die Folgenden Sätze: (6 Punkte)

1) Es sei $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^6 - 64}{x^4 - 16} & , \quad x < 2 \\ a\,x & , \quad x > 2 \end{cases}$

wenn $\lim\limits_{x \to 2} f(x)$ existiert , dann ist der Wert von a = ...

2) Wenn $f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sin x \, \tan 2x}{x^2} & , \quad x \neq 0 \\ k & , \quad x = 0 \end{cases}$

eine Funktion stietig an der Stelle x = 0 ist , dann ist der Wert von k = ...

3) Das Maβ des Winkels , der die Tangente an der Kurve $y^2 + 2x^2 = 6$ an dem Punkt (1 , 2) mit der positiven Richtung der x-Achse macht = ...

4) Die Kurve der Funktion $y = x^3$ ist rechtsgekrümmt in dem Intervall ....

5) Die Funktion $f(x) = x^3 - 12x$ ist fallende über dem Intervall ....

6) Wenn die Funktion $f(x) = (x - a)^3 + 5$ ein Wendepunkt bei x = 2 hat, dann ist der Wert von a = ...

2- (6 Punkte)

(a) Untersuchen Sie die Differenzierbarkeit der Funktion f wobei

$f(x) = \begin{cases} 2x - 3 & , \quad x \le 1 \\ x^2 - 2 & , \quad x > 1 \end{cases}$

bei x = 1

(b) Finden Sie :

i) $\int (3x + 4)^8 \, dx$

ii) $\int 4 \sin x \cos x \, dx$

بقية الأسئلة فى الصفحة الثانية

3- (6 Punkte)

(a) Finden Sie die zwei Gleichungen der beiden Tangenten an der Kurve $xy = 8$, die parallel zur Gerade $y + 2x = 9$ sind.

(b) Die Oberfläche eines Rechteckes ist konstant und gleich 24 cm^2. Die Bereite des Rechteckes vergrößert sich mit Rate 1 cm/s , während seine Länge sich verkleinert.

Finden Sie.

i) die Änderungsgeschwindigkeit der Umfang des Rechtecks in dem Zeitpunkt, in dem die Bereite gleich 4 cm ist.

ii) die Abmessungen des Rechtecks im Zeitpunkt , in dem die Umfangsänderung stoppt.

4- (6 Punkte)

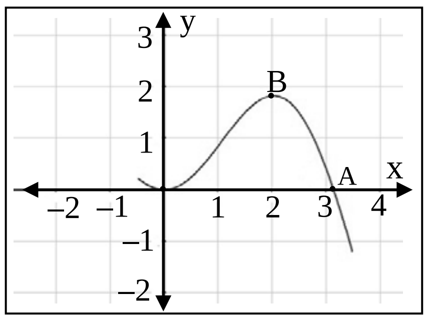
(a) Eine Gruppe von Arbeitern graben eine Grupe von Sand und transportieren den Sand weg. Die Änderungsgeschwindigkeit des ausgegrabenen Sandvolumens wird durch die Relation :

$\frac{dv}{dt} = (10 - \frac{2}{3}t)\ m^3/h$ gegeben . Berechnen Sie das Volumen des ausgegrabenen Sand in 3 Stunden.

(b) Finden Sie die maximale Oberfläche eins gleichsckenkligen Dreieck , das innerhalb eines Kreises von Radius 15 cm gezeichnet wird.

5- (6 Punkte)

Die gegenüberstehenden Abbildung zeigt den Graph der Kurve $y = x \sin x$ wobei $x \in [-½ , 3 ½]$, der Graph schneidet die x-Achse im Punkt A (a , 0) und der Punkt B ist ein Maxima auf diesem Teil von der Kurve.



(a) i) Finden Sie den Wert von a.

ii) Beweisen Sie dass, bei dem Maxima B die Gleichung $x + \tan x = 0$ von x erfült ist.

(b) Beweisen Sie , dass $\frac{d^2y}{dx^2} + y - 2\cos x = 0$ ist.

انتهت الأسئلة

رُوجع ومطابق للأصل اليدوى ويطبع على مسئولية اللجنة الفنية ،

التاريخ	التوقيع	الاسم	التاريخ	التوقيع	الاسم

Antwort der **ersten** Aufgabe (**6** Punkte)	**Ein** Punkte für jede Teil

الطالب الذى قام بإجراء خطوات فى طريق الحل ولم يحصل على الإجابة النهائية ، يحصل على نصف درجة فى كل جزئية من جزئيات السؤال الأول .

(1) $a = 3$ [Eins]

(2) $k = 2$ [Eins]

(3) $135°$ oder $\frac{3\pi}{4}$ [Eins]

(4) $]-\infty, 0[$ [Eins]

(5) $]-2\,,\,2[$ [Eins]

(6) $a = 2$ [Eins]

Die andere Lösungen sollen betrachtet werden!

Antwort der **zweiten** Aufgabe (**6** Punkte)	Teil(a) **3** Punkte, Teil(b) **3** Punkte

(a) $f'(1^+) = \lim\limits_{h\to 0^+} \frac{f(1+h)-f(1)}{h}$ $\boxed{\textbf{halb}}$ $= \lim\limits_{h\to 0^+} \frac{(1+h)^2-2-(-1)}{h}$ $\boxed{\textbf{halb}}$ $= \lim\limits_{h\to 0^+} \frac{2h+h^2}{h}$

$= \lim\limits_{h\to 0^+}(2+h) = 2,$ $\boxed{\textbf{halb}}$

$f'(1^-) = \lim\limits_{h\to 0^-} \frac{f(1+h)-f(1)}{h} = \lim\limits_{h\to 0^-} \frac{2(1+h)-3-(-1)}{h} =$ $\boxed{\textbf{halb}}$ $= \lim\limits_{h\to 0^-} \frac{2h}{h} = \lim\limits_{h\to 0^-} 2 = 2$ $\boxed{\textbf{halb}}$

$\because$ $f'(1^+) = f'(1^-)$, $\therefore$ die Funktion ist differenzierbar an der Stelle $x=1$ $\boxed{\textbf{halb}}$

==

(b)

i) $\int (3x+4)^8\,dx = \frac{1}{27}(3x+4)^9$ $\boxed{\textbf{Eins}}$ $+\ k$ $\boxed{\textbf{halb}}$

ii) $\int 4\sin x\cos x\,dx = \int 2\sin 2x\,dx$ $\boxed{\textbf{halb}}$ $= -\cos 2x$ $\boxed{\textbf{halb}}$ $+k$ $\boxed{\textbf{halb}}$

- إذا قام الطالب بإثبات اتصال الدالة أولاً ولم يكمل الحل ، يحصل على **(درجة ونصف)**

- إذا استخدم الطالب قواعد الاشتقاق العادية ولم يبحث النهايات وحصل على إثبات قابلية الاشتقاق ، يحصل على **(درجة ونصف)**

Die andere Lösungen sollen betrachtet werden!

Antwort der **dritten** Frage (**6** Punkte)	Teil(a) **3** Punkte, Teil(b) **3** Punkte

(a) $\because$ $xy = 8$ (1)

$\therefore\ x\dfrac{dy}{dx} + y = 0$

$\therefore\ \dfrac{dy}{dx} = \dfrac{-y}{x} \rightarrow m_1$ **halb**

$\because\ y = 9 - 2x$

$\therefore\ \dfrac{dy}{dx} = -2 \rightarrow m_2$

aber $m_1 = m_2 \Rightarrow \dfrac{-y}{x} = -2$

$\therefore\ y = 2x$ (2) **halb**

von (2) in (1) $\therefore\ 2x^2 = 8 \Rightarrow x^2 = 4$

$\therefore\ x = \pm 2$ **halb** von (2) $\therefore\ y = \pm 4$ **halb**

$\therefore$ Die Gleichung der ersten Tangente ist: $y - 4 = -2(x - 2)$ **halb**

$\therefore\ y + 2x - 8 = 0$

$\therefore$ Die Gleichung der zweiten Tangente ist: $y + 4 = -2(x + 2)$ **halb**

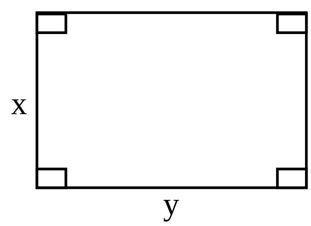
$\therefore\ y + 2x + 8 = 0$

(b) Es sei die Bereit des Rechteckes = x, und die Länge = y

$\therefore$ die Oberfläche des Rechtecks = $xy = 24$ $\therefore\ y = \dfrac{24}{x}$

i - Die Umfang des Rechtecks $H = 2(x+y)$

$\therefore H = 2\left(x + \dfrac{24}{x}\right)$ **halb**



Differenzieren bezüglich Zeit

$\therefore\ \dfrac{dH}{dt} = 2\left(\dfrac{dx}{dt} - \dfrac{24}{x^2} \times \dfrac{dx}{dt}\right)$ **halb**

$= 2\left(1 - \dfrac{\mathbf{24}}{\mathbf{16}} \times 1\right) = -\mathbf{1}\ \text{cm/s}$ **halb**

ii - Wenn $\dfrac{dH}{dt} = 0$, $\therefore\ 2\left(\dfrac{dx}{dt} - \dfrac{24}{x^2} \times \dfrac{dx}{dt}\right) = \mathbf{0}$ **halb**

$\therefore\ 1 - \dfrac{24}{x^2} \times 1 = 0$, $\therefore\ x^2 = 24$

$\therefore$ **$x = \sqrt{24}$** $= \mathbf{2\sqrt{6}}$ cm **halb**

und $y = \dfrac{24}{\sqrt{24}} = \mathbf{2\sqrt{6}}$ cm **halb**

Die andere Lösungen sollen betrachtet werden!

Antwort der **vierten** Aufgabe (**6** Punkte)	Teil (a) **5** Punkte, Teil (b) **1** Punkte

(a) $\because \frac{dV}{dt}=10-\frac{2}{3}t$

$\therefore V=10t-\frac{1}{3}t^2+k$ **zweiten**

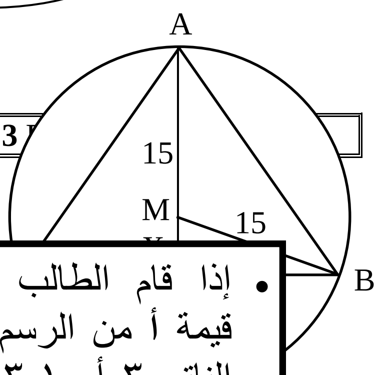
$\because V=\text{Null}$ wenn $t=\text{Null} \Rightarrow k=0$ **Eins**

$\therefore V=10t-\frac{1}{3}t^2$ **Eins**

$\therefore$ der ausgegrabenen Sandvolumen in 3 Stunden $= 10\times3-\frac{1}{3}\times9=27\,m^3$ **Eins**

Die andere Lösungen sollen betrachtet werden!

Antwort der **fünften** Frage (**6** Punkte)	Teil(a) 3 **i** Punkte, Teil(b) **3** P



- إذا قام الطالب بإيجاد قيمة أ من الرسم وكان الناتج ٣ أو ٣،١ أو ما شابه ذلك ، يحصل على **(درجة ونصف)**

(a)

(i) Setzen Sie $y=0$

$\therefore x\sin x=0$ **halb**

$x=0$ oder $\sin x=0$ **halb**

$\therefore x=\pi$

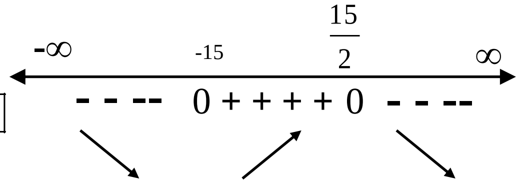
$\therefore a=\pi$ **halb**

(ii) $\because y=x\sin x$

$\therefore \frac{dy}{dx}=\sin x+x\cos x$ **Eins**

$\because$ B ein Maxima ist ,

$\therefore$ beim Punkt B ist $\frac{dy}{dx}$ x= ,



$\therefore \sin x+x\cos x=0$ **halb**

dividieren mit $\cos x$,

$\therefore x+\tan x=0$

(b)

$\because \quad y = x \sin x \quad ,$

$\therefore \quad \frac{dy}{dx} = \sin x + x \cos x$

und $\frac{d^2y}{dx^2} = \cos x + \cos x - x \sin x$ **Eins**

$\therefore \quad \frac{d^2y}{dx^2} + x \sin x - 2\cos x = 0$ **Eins**

$\therefore \quad \frac{d^2y}{dx^2} + y - 2 \cos x = 0$ **Eins**

Die andere Lösungen sollen betrachtet werden!

انتهى نموذج الإجابة